

# 基于子阵的 FDA-MIMO 雷达去栅瓣方法

陈浩, 叶泽浩, 吴华新, 谢 说, 吴彩华

(空军预警学院, 湖北武汉 430019)

**摘要:** 针对频率分集多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output with Frequency Diverse Array, FDA-MIMO)雷达在采用常规线性频率间隔的情况下,出现的距离维栅瓣与距离维主瓣宽度的矛盾问题,提出了一种基于子阵的 FDA-MIMO 雷达去栅瓣方法,推导出基于子阵的 FDA-MIMO 雷达闭合方向图表达式,并分析了 FDA-MIMO 雷达采用子阵去除栅瓣和提高距离维分辨率的原理。仿真结果表明,与通过限定频率间隔选取范围去除距离维栅瓣的常规方法相比,当子阵采用互质大频率间隔时,FDA-MIMO 雷达形成的方向图不仅去除了距离维栅瓣,且距离维主瓣宽度更窄,距离维分辨率更高。

**关键词:** 频率分集多输入多输出; 栅瓣; 子阵; 距离维分辨率

中图分类号: TN958.5 文献标志码: A 文章编号: 1672-2337(2020)04-0381-06

## A Grating Lobe Suppression Method for Subarray-Based FDA-MIMO Radar

CHEN Hao, YE Zehao, WU Huaxin, XIE Dang, WU Caihua  
(Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

**Abstract:** In the case of multiple-input multiple-output with frequency diverse array (FDA-MIMO) radar using conventional linear frequency interval, there is a contradiction between the range grating lobes and the mainlobe width in range. A grating lobe suppression method for subarray-based FDA-MIMO radar is proposed and the closed pattern expression is derived based on this model. The principle of FDA-MIMO radar using subarray to remove grating lobes and improve range resolution is also deeply analyzed. Simulation results show that when subarrays use mutual and large frequency intervals, not only the range grating lobes are removed, but also the mainlobe width in range is narrower and the range resolution is higher compared with the conventional method of removing range grating lobes by limiting frequency interval.

**Key words:** FDA-MIMO; grating lobe; subarray; range resolution

## 0 引言

与相控阵相比,频率分集阵列(Frequency Diverse Array, FDA)在阵元间引入了很小的载频差(即频率间隔),使得 FDA 可将波束指向相同角度、不同的距离单元,即会形成距离-角度耦合波束<sup>[1]</sup>,然而,由于 FDA 雷达的天线方向图在距离维上的周期性,导致在探测空间内很容易形成多个栅瓣,主波束空间能量分散严重,干扰落在栅瓣的几率大,极大地影响了其抗干扰的性能和目标探测能力。

当 FDA 采用对数<sup>[2]</sup>、平方或立方<sup>[3]</sup>、正弦<sup>[1]</sup>等非线性形式的频率间隔以及整数频偏策略<sup>[4]</sup>

时,虽然可去除栅瓣,形成单峰值的“点”状波束,但这种波束的距离维副瓣很高,抗距离依赖性干扰性能和目标距离维估计精度都很差,且对于频率误差很敏感。为此,Xiong 等提出可采用遗传算法优化频率间隔的设置<sup>[5]</sup>,Wang 提出了一种基于球函数的波束综合方法<sup>[6]</sup>,Shao 和 Gao 等提出了一种多载频 FDA 雷达即各阵元发射频率为步进多载频信号的波束形成方法<sup>[7-8]</sup>,它们都能够在目标位置处形成点状单峰值波束,去除栅瓣,降低了副瓣,但形成的方向图的距离维主瓣宽度较大,计算量大,并且均只适用于发射,也没有得到其发射方向图的闭合表达式,对于回波接收也没有展开深入研究。

考虑多输入多输出(Multiple-Input Multiple-

Output, MIMO)雷达在目标探测、参数估计、空间分辨率等方面具有的许多优势<sup>[9]</sup>,本文结合 FDA 阵列与 MIMO 雷达,提出了一种基于子阵的频率分集多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output with Frequency Diverse Array, FDA-MIMO)雷达去栅瓣的方法,推导出基于子阵的 FDA-MIMO 雷达天线方向图闭合表达式,指出 FDA-MIMO 雷达采用子阵去除栅瓣和提高距离维分辨率的原理。仿真显示,与采用线性频率间隔的传统方法相比,该方法不仅去除了栅瓣,也使得距离维主瓣宽度更窄,提高了距离维分辨率。

## 1 FDA-MIMO 雷达信号模型

假设 FDA-MIMO 雷达是采用  $N$  个阵元的等距线阵, $d$  为阵元间距,假设传输的信号是远场窄带信号,其与阵列法线方向夹角为  $\theta$ ,选定第一个阵元为参考阵元,从散射点到第一个阵元的距离为  $r$ ,其阵列模型如图 1 所示。

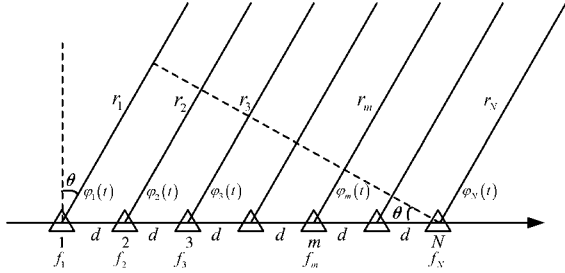


图 1 FDA-MIMO 信号模型

第  $m$  个阵元通道的发射频率为

$$f_m = f_0 + (m-1)\Delta f \quad m=1,2,\dots,N \quad (1)$$

式中, $f_0$  和  $\Delta f$  分别表示第一个阵元载波频率和相邻两个阵元之间的频率间隔。考虑为远场窄带信号,则第  $m$  个阵元与参考阵元的相位差为

$$\begin{aligned} \Delta\psi_{1,m} = \psi_m - \psi_1 = & -2\pi\Delta f \frac{r}{c_0} (m-1) + \\ & 2\pi f_0 \frac{d(m-1)\sin\theta}{c_0} + \\ & 2\pi\Delta f \frac{d(m-1)^2 \sin\theta}{c_0} \end{aligned} \quad (2)$$

由式(2)可以看出,FDA-MIMO 雷达发射信号的相位差不仅与空间角有关,同时与传播距离有关,因此,FDA-MIMO 雷达天线方向图具有距离-角度依赖性。注意到,式中第 3 项为阵元数的二次函数,当频率间隔远小于载频,即  $N\Delta f \ll f_0$

时,相比较前两项带来的相位差可忽略不计。

由于 FDA-MIMO 雷达不同阵元发射信号的包络互相正交,则有

$$\int_T \varphi_m(t) \varphi_l^*(t-\tau) e^{j2\pi\Delta f(m-1)t} dt = 0, \quad l \neq m, \forall \tau \quad (3)$$

式中, $\varphi_m(t)$  为第  $m$  个阵元发射信号的包络, $T$  为脉冲发射持续时间, $(\cdot)^*$  表示共轭计算, $\tau$  为任意的延迟时间。

第  $m$  个阵元接收的频率为  $f_n$  的信号可表示为

$$y_{mn}(t;\theta,r) = \exp\left\{-j2\pi f_n \left(t + \frac{2r}{c_0} - \frac{(n-1)d\sin\theta}{c_0} - \frac{(m-1)d\sin\theta}{c_0}\right)\right\} \quad (4)$$

整个阵列接收的目标信号表示为

$$Y(\theta,r) = \xi [y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1N}, y_{21}, \dots, y_{NN}]^T = \xi \mathbf{b}(\theta) \otimes \mathbf{a}(\theta,r,\Delta f) = \xi \mathbf{v}(\theta,r,\Delta f) \quad (5)$$

式中, $\xi$  为目标信号的幅度信息,上标 T 表示转置, $\otimes$  为 Kronecker 积, $\mathbf{v}(\theta,r,\Delta f)$  为阵列导向矢量, $\mathbf{a}(\theta,r,\Delta f)$  为发射导向矢量, $\mathbf{b}(\theta)$  为接收导向矢量,具体表达式如下<sup>[10]</sup>:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta,r,\Delta f) = \mathbf{a}_\theta(\theta) \odot \mathbf{a}_r(r,\Delta f) = & \left[1, \exp\left\{j2\pi \frac{d}{\lambda_0} \sin\theta\right\}, \dots, \right. \\ & \left. \exp\left\{j2\pi \frac{d}{\lambda_0} (N-1) \sin\theta\right\}\right]^T \odot \\ & \left[1, \exp\left\{-j4\pi \frac{\Delta f_1}{c_0} r\right\}, \dots, \right. \\ & \left. \exp\left\{-j4\pi \frac{\Delta f_N}{c_0} r\right\}\right]^T \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(\theta) = & \left[1, \exp\left\{j2\pi \frac{d}{\lambda_0} \sin\theta\right\}, \dots, \right. \\ & \left. \exp\left\{j2\pi \frac{d}{\lambda_0} (N-1) \sin\theta\right\}\right]^T \end{aligned} \quad (7)$$

假如有一目标位于  $(\theta_s, r_s)$ ,为了让 FDA-MIMO 雷达波束指向目标所在位置  $(\theta_s, r_s)$ ,需要在 FDA-MIMO 雷达接收时进行波束加权,接收阵元通道加权矩阵为

$$\mathbf{w}^r(\theta_s, r_s) = [\mathbf{w}_1^r(\theta_s, r_s), \dots, \mathbf{w}_m^r(\theta_s, r_s), \dots, \mathbf{w}_N^r(\theta_s, r_s)]^H \quad (8)$$

式中,

$$\mathbf{w}_m^r(\theta_s, r_s) = [\omega_{m,1}^r(\theta_s, r_s), \dots, \omega_{m,n}^r(\theta_s, r_s), \dots, \omega_{m,N}^r(\theta_s, r_s)] \quad (9)$$

$\omega_{m,n}^r(\theta_s, r_s)$  为第  $m$  个阵元接收通道的第  $n$  个频率的加权值,有

$$\omega_{m,n}^r(\theta_s, r_s) = \exp\left(-j2\pi f_{m,n} \frac{2r_s - (m-1)d \sin\theta_s}{c_0}\right) \quad (10)$$

此时,接收到的第  $m$  个阵元发射的第  $n$  个频率的信号可以表示为

$$p_m^r(t; \theta_s, r_s) = \omega_{m,n}^r(\theta_s, r_s)^H y_{mn}(t; \theta, r) \quad (11)$$

不考虑幅度信息,最后形成的方向图可以表示为

$$P^r(t; \theta, r) = \mathbf{w}^r(\theta_s, r_s)^H \mathbf{y}(t; \theta, r) = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \omega_{m,n}^r \cdot \exp\left(-j2\pi f_{m,n} \left(t - \frac{2r - (m-1)d \sin\theta - (n-1)d \sin\theta}{c_0}\right)\right) = \frac{\left| \sin\left\{N\pi\Delta f \left(t - \frac{2(r-r_s)}{c_0}\right) + \frac{\pi d}{\lambda_0} N(\sin\theta - \sin\theta_s)\right\}\right|}{\left| \sin\left\{\pi\Delta f \left(t - \frac{2(r-r_s)}{c_0}\right) + \frac{\pi d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s)\right\}\right|} \cdot \frac{\left| \sin\left(N \frac{\pi d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s)\right)\right|}{\left| \sin\left(\frac{\pi d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s)\right)\right|} \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{y}(t; \theta, r)$  为到达目标位置处的信号矢量。

由式(12)取极值可得 FDA-MIMO 雷达双程方向图的峰值点,有下式:

$$\begin{cases} \pi\Delta f \left(t - \frac{2r-2r_s}{c_0}\right) + \frac{\pi d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s) = k\pi \\ \frac{\pi d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s) = p\pi \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $k, p$  为任意整数。

为避免角度维出现栅瓣,一般取  $d = \lambda_0/2$ , 使得  $\frac{d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s) \in [-1, 1]$ , 若扫描角与期望目标所在的角度稍有不同,就会很难满足条件  $\frac{\pi d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s) = p\pi$ , 进而使得式(13)无解,此时在该扫描角上没有波束峰值,所以 FDA-MIMO 雷达波束峰值一定位于目标角度上。不考虑时间因素,进而可得

$$\begin{cases} \theta = \theta_s \\ r = -k \frac{c_0}{2\Delta f} + r_s \end{cases} \quad (14)$$

由上式可知,当  $d = \lambda_0/2$  时, FDA-MIMO 雷达波束在角度上与频率间隔  $\Delta f$  无关,没有周期性,即在角度维没有栅瓣,但在距离上具有周期性,即存在栅瓣,且栅瓣出现的距离周期为  $c_0/2\Delta f$ , 频率间隔越大,距离周期越短,在探测范围内形成的栅瓣越多,特别是当干扰落在栅瓣时,就会使得输出 SINR 急剧下降<sup>[11]</sup>。

根据栅瓣的距离周期性可以通过限制频率间隔的选取范围,使得 FDA-MIMO 雷达在探测范围内没有栅瓣<sup>[12]</sup>,有

$$\Delta f \leq c_0/2R_{\max} \quad (15)$$

式中,  $R_{\max}$  为 FDA-MIMO 雷达探测的最远距离。由上式可知,虽然可以解决距离维栅瓣的问题,但雷达探测越远,频率间隔选取的范围越小,而距离维主瓣宽度为  $c_0/N\Delta f$ <sup>[13]</sup>, 频率间隔越小,距离维主瓣宽度越大,距离维分辨率越低。

为解决这个矛盾,本文提出基于子阵的 FDA-MIMO 雷达去栅瓣的方法,在去除 FDA-MIMO 雷达栅瓣的前提下,提高了距离维分辨率。

## 2 基于子阵的 FDA-MIMO 雷达去栅瓣原理

如图 2 所示,假设 FDA-MIMO 雷达阵列为  $N$  个阵元组成的线阵,阵元间距为半个波长,整个阵列分成  $k$  个子阵,前  $N_1$  个阵元构成子阵 1,采用频率间隔  $\Delta f_1$ ; 依次类推,中间  $N_i$  个阵元构成子阵  $i$ ,采用的频率间隔为  $\Delta f_i$ ,最后  $N_k$  个阵元构成子阵  $k$ ,采用的频率间隔为  $\Delta f_k$ ,且  $N = N_1 + \dots + N_i + \dots + N_k$ 。

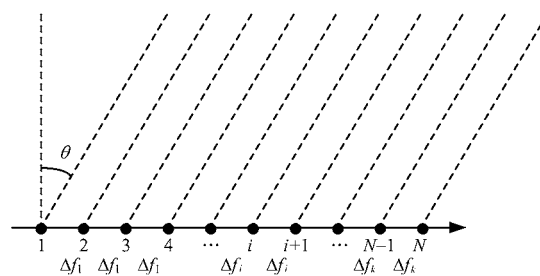


图 2 FDA-MIMO 雷达子阵模型

阵列带宽为

$$B_p = \sum_{i=1}^k N_i \Delta f_i \quad (16)$$

假设目标位于  $(\theta_s, r_s)$ , 此时, 不考虑时间和幅度因素, 则整个阵列的双程方向图为

$$|P(\theta, r)| = \left| \sum_{n=0}^{N_1-1} \sum_{m=0}^{N_1-1} e^{j2\pi(n+m) \left( \frac{d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s) + 2\frac{\Delta f_1}{c_0} (r-r_s) \right)} + \dots + \sum_{n=N_{i-1}}^{N_i-1} \sum_{m=N_{i-1}}^{N_i-1} e^{j2\pi(n+m) \left( \frac{d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s) + 2\frac{\Delta f_i}{c_0} (r-r_s) \right)} + \dots + \sum_{n=N_{k-1}}^{N_k-1} \sum_{m=N_{k-1}}^{N_k-1} e^{j2\pi(n+m) \left( \frac{d}{\lambda_0} (\sin\theta - \sin\theta_s) + 2\frac{\Delta f_k}{c_0} (r-r_s) \right)} \right| = \left| \frac{\sin\left\{ \pi\Delta f_1 N_1 \left( \frac{2(r-r_s)}{c_0} \right) + \frac{\pi d}{\lambda} N_1 (\sin\theta - \sin\theta_s) \right\}}{\sin\left\{ \pi\Delta f_1 \frac{2(r-r_s)}{c_0} + \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right\}} \right| \cdot \left| \frac{\sin\left( N_1 \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right)}{\sin\left( \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right)} \right| + \dots + \left| \frac{\sin\left\{ \pi\Delta f_i N_i \left( \frac{2(r-r_s)}{c_0} \right) + \frac{\pi d}{\lambda} N_i (\sin\theta - \sin\theta_s) \right\}}{\sin\left\{ \pi\Delta f_i \frac{2(r-r_s)}{c_0} + \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right\}} \right| \cdot \left| \frac{\sin\left( N_i \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right)}{\sin\left( \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right)} \right| + \dots + \left| \frac{\sin\left\{ \pi\Delta f_k N_k \left( \frac{2(r-r_s)}{c_0} \right) + \frac{\pi d}{\lambda} N_k (\sin\theta - \sin\theta_s) \right\}}{\sin\left\{ \pi\Delta f_k \frac{2(r-r_s)}{c_0} + \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right\}} \right| \cdot \left| \frac{\sin\left( N_k \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right)}{\sin\left( \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right)} \right| \quad (17)$$

从上式很明显可以看出, 最后合成的方向图是  $k$  个子阵方向图的叠加。可通过使所有子阵方向图的栅瓣位置尽量不重合来去除 FDA-MIMO 雷达大频率间隔产生的栅瓣, 同时增大频率间隔来提高距离维分辨率。

以任意子阵  $i$  形成的方向图为例进行分析, 有其方向图

$$|P(\theta, r)| =$$

$$\left| \frac{\sin\left\{ \pi\Delta f_i N_i \left( \frac{2(r-r_s)}{c_0} \right) + \frac{\pi d}{\lambda} N_i (\sin\theta - \sin\theta_s) \right\}}{\sin\left\{ \pi\Delta f_i \frac{2(r-r_s)}{c_0} + \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right\}} \right| \cdot \left| \frac{\sin\left( N_i \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right)}{\sin\left( \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) \right)} \right| \quad (18)$$

式(18)取极大值时, 对应子阵  $i$  形成的方向图栅瓣, 有

$$\begin{cases} \pi\Delta f_i \left( \frac{2r-2r_s}{c_0} \right) = k\pi \\ \frac{\pi d}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_s) = p\pi \end{cases} \quad (19)$$

式中,  $k, p$  为任意非零整数。参照式(13)分析可知, 子阵  $i$  方向图的栅瓣只能位于目标所在角度, 距离维方向图栅瓣位置为

$$r = k \frac{c_0}{2\Delta f_i} + r_s \quad (20)$$

同理可知, 任意子阵  $j$  的距离维栅瓣位置为

$$r = q \frac{c_0}{2\Delta f_j} + r_s \quad (21)$$

式中,  $q$  为任意非零整数。要使这两个子阵形成的栅瓣不能在同一个位置处叠加, 有

$$k \frac{c_0}{2\Delta f_i} \neq q \frac{c_0}{2\Delta f_j} \quad (22)$$

化简可得

$$\frac{\Delta f_i}{\Delta f_j} \neq \frac{k}{q} \quad (23)$$

由式(23)可知, 要使所有子阵方向图的栅瓣不重合是不可能的, 但是可以通过选取互质的大频率间隔, 来使得满足式  $\frac{\Delta f_i}{\Delta f_j} = \frac{k}{q}$  时,  $k$  和  $q$  取值都很大, 此时重合的栅瓣与主瓣的距离就会大于最远探测距离, 即

$$k \frac{c_0}{2\Delta f_i} \geq R_{\max} \quad (24)$$

此时, 虽然子阵的栅瓣会有部分重合, 但重合的位置位于 FDA-MIMO 雷达探测范围外, 即在探测范围内去除了栅瓣, 不仅如此, 由于采用的子阵频率间隔较大, 所以合成的方向图距离维主瓣宽度更窄, 距离维分辨率更高。

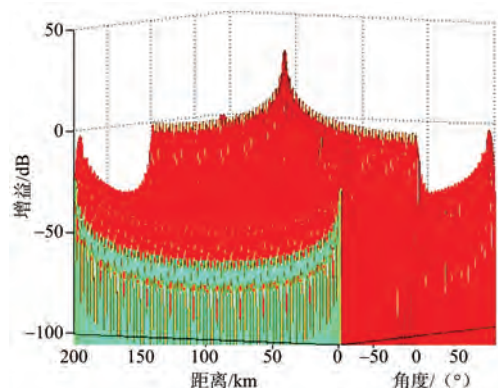
FDA-MIMO 雷达距离维方向图主要是由阵元个数与频率间隔之积即带宽  $B_p$  确定的, 带宽越大, 距离维主瓣宽度越窄, 距离维副瓣越低<sup>[13]</sup>。在



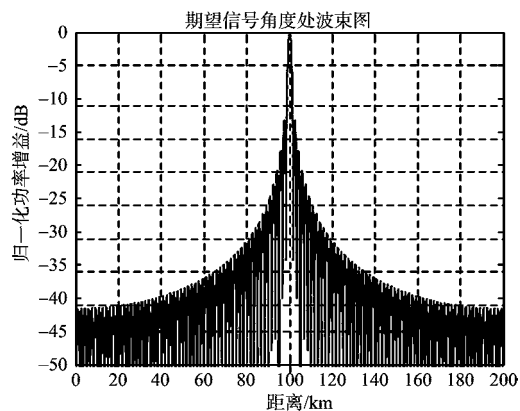
FDA-MIMO 雷达总阵元数一定时,若划分的子阵数越多,为满足子阵需采用互质大频率间隔的条件,会导致采取的频率间隔变多、变大,整个阵列带宽变大,合成的距离维副瓣电平会进一步降低。需要指出的是,由于子阵距离维副瓣电平本身较高,阵列合成的方向图副瓣是子阵方向图栅瓣与栅瓣或副瓣的叠加,所以整个阵列合成方向图的副瓣会随着子阵个数的增加降低到一定程度后,不会再降低。

### 3 仿真结果与分析

参数设置:FDA-MIMO 雷达共有 120 个阵元,分成 4 个阵元数为 30 的子阵,假设探测最远距离为 200 km,目标位于  $(0^\circ, 100 \text{ km})$ 。子阵频率间隔依次为 7, 11, 13, 17 kHz;根据限定频率间隔选取范围去除栅瓣的方法(以下简称常规方法),选取频率间隔  $\Delta f = c/2R_{\max} = 750 \text{ Hz}$ 。两种方法的仿真图分别如图 3 和图 4 所示。

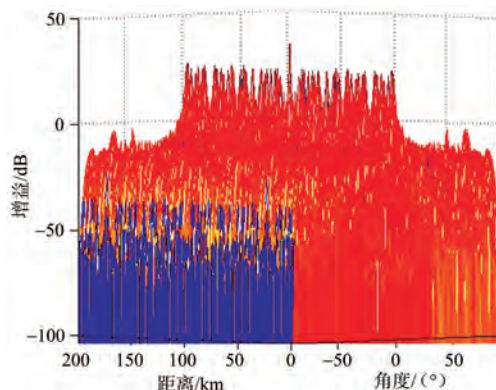


(a) FDA-MIMO 雷达方向图

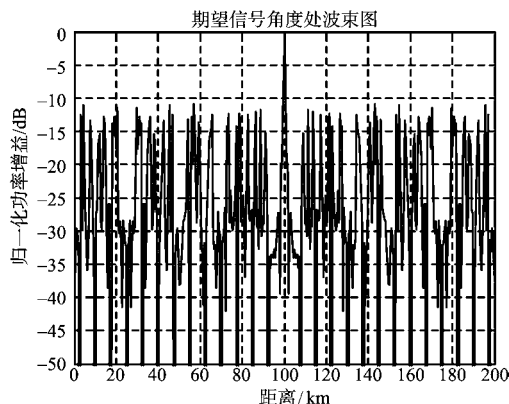


(b)  $0^\circ$ 处切面(距离维)方向图

图 3 常规方法仿真图



(a) FDA-MIMO 雷达方向图

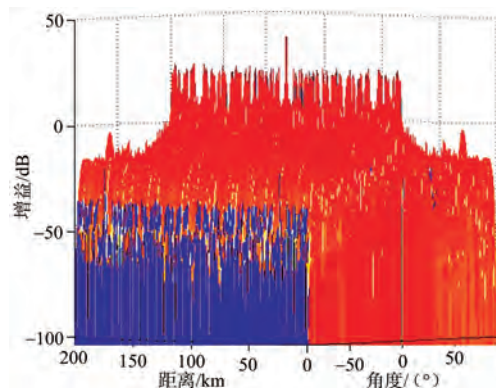


(b)  $0^\circ$ 处切面(距离维)方向图

图 4 基于子阵法仿真图

从图 3 和图 4 可以发现,本文提出的基于子阵去栅瓣的方法与常规方法均可以在探测范围内去除栅瓣,形成指向目标位置处的点状单峰值波束,而本文方法与常规方法相比,距离维主瓣宽度更窄,分辨率更高,但可以发现本文方法形成的波束副瓣在  $-12 \text{ dB}$  左右,明显比常规方法形成的副瓣高。

改变 FDA-MIMO 雷达阵元为 120 个,分成 6 个子阵,子阵频率间隔改为 7, 11, 13, 17, 19, 23 kHz,其他参数不变,仿真图如图 5 所示。不改变



(a) FDA-MIMO 雷达方向图

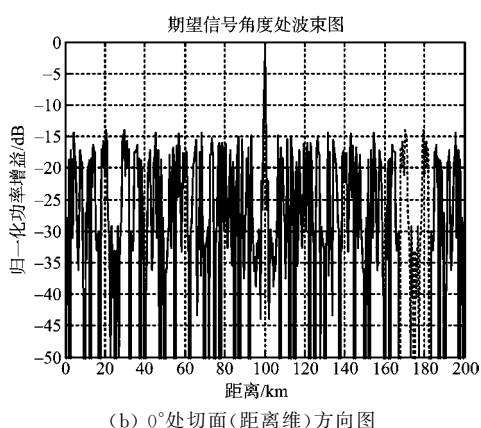


图 5 基于子阵的去栅瓣方法仿真图

参数设置,采用切比雪夫加窗(-30 dB)处理,两种方法 0°处切面(距离维)方向图如图 6 所示。

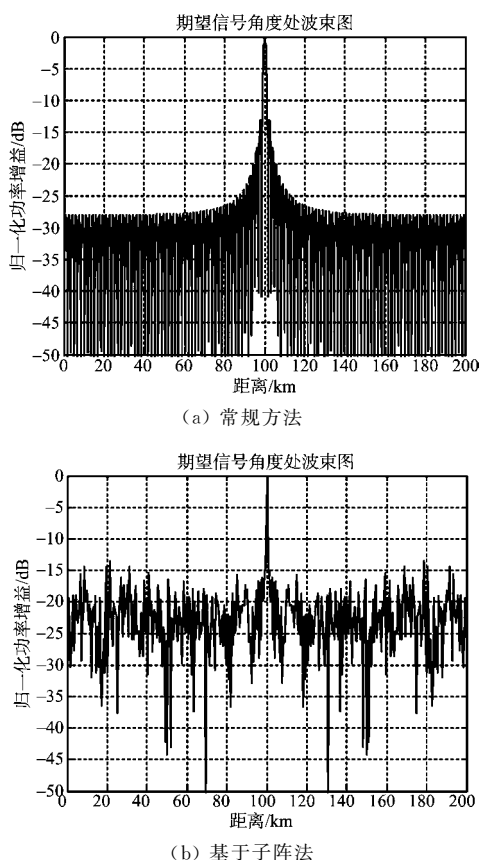


图 6 两种方法的 0°处切面(距离维)方向图

对比图 4(b)和图 5(b)可以发现,本文提出的基于子阵的去栅瓣方法,副瓣会随着子阵个数的增加逐渐降低,且降低为 -15 dB,并且随着子阵频率间隔的增大,距离维主瓣宽度会减小,距离维分辨率会进一步提高。对比图 6(a)与图 3(b)以及图 5(b)与图 6(b)可以发现,在采用加窗处理后,本文方法的距离维副瓣电平几乎没有任何变化,而常

规方法的距离维副瓣明显下降。这主要是本文提出的基于子阵的去栅瓣方法形成的距离维副瓣,实质上是子阵方向图栅瓣与栅瓣或副瓣的叠加,采用加窗处理对栅瓣电平是没有影响的,所以叠加后距离维副瓣电平几乎没有影响。

#### 4 结束语

本文在推导出基于子阵的 FDA-MIMO 雷达双程方向图闭合表达式的基础上,提出了一种基于子阵的 FDA-MIMO 雷达去栅瓣的方法,不仅去除了栅瓣,也提高了距离维主瓣分辨率。该方法提供了一种利用副瓣叠加去栅瓣的思路,不仅适用于 FDA-MIMO 雷达,也同样适用于 FDA 雷达,然而通过仿真可以发现此方法形成的方向图距离维副瓣仍然较高,采用加窗处理效果不明显,需进一步研究降低副瓣电平的方法。

#### 参考文献:

- [1] WANG Yuxi, HUANG Guoce, LI Wei. Transmit Beampattern Design in Range and Angle Domains for MIMO Frequency Diverse Array Radar[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017, 16(99):1003-1006.
- [2] KHAN W, QURESHI I M, SAEED S. Frequency Diverse Array Radar with Logarithmically Increasing Frequency Offset[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015, 14:499-502.
- [3] GAO Kuandong, WANG Wenqin, CAI Jingye, et al. Decoupled Frequency Diverse Array Range-Angle-Dependent Beampattern Synthesis Using Non-Linearly Increasing Frequency Offsets[J]. The Institution of Engineering and Technology, 2016, 10(8):880-884.
- [4] BASIT A, QURESHI I M, MALIK A N, et al. Beam Sharpening of a Range-Angle-Dependent Pattern Using Non-Uniform Symmetric But Integer Frequency Offset[C]//International Conference on Intelligent Systems Engineering, Islamabad, Pakistan:IEEE, 2016: 232-235.
- [5] XIONG Jie, WANG Wenqin, SHAO Huaizong, et al. Frequency Diverse Array Transmit Beampattern Optimization with Genetic Algorithm[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017, 16:469-472.
- [6] WANG Wenqin. Range-Angle Dependent Transmit Beampattern Synthesis for Linear Frequency Diverse Arrays[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2013, 61(8):4073-4081.