

大孔径超稀疏阵列综合算法研究与应用

张燕¹,程先成²,陈伯孝²,周志刚²

(1. 上海无线电设备研究所, 上海 200090;

2. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘要: 超稀疏阵列大孔径场景下最优布阵求解问题是在满足特定副瓣电平要求下,通过对布阵位置和阵元权值的优化获得最稀疏解。该问题属于NP-HARD问题,求解时存在搜索空间大、搜索时间长以及难以求得全局最优解等问题。为了解决上述问题,本文基于交替寻优的思想提出了一种针对大孔径场景下超稀疏阵列方向图综合的快速算法。该算法通过对求解空间进行划分后交替优化快速得出一个初始解,在初始解基础上构建相邻域形成新的求解空间,通过二次搜索寻优得到最优解。本算法通过对初始解空间进行划分和相邻域的构建,可大幅缩短每次优化的时间。本文通过对超稀疏线阵若干场景进行了仿真验证,仿真结果证明了该算法的有效性。

关键词: 稀疏阵列; 阵列综合; 交替寻优; 相邻域; 二次寻优

中图分类号: TN958 文献标志码: A 文章编号: 1672-2337(2020)04-0452-05

Research and Application of Synthesis Algorithm for Large Aperture Sparse Array

ZHANG Yan¹, CHENG Xiancheng², CHEN Baixiao², ZHOU Zhigang²

(1. Shanghai Radio Equipment Research Institute, Shanghai 200090, China;

2. National Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The optimization of large aperture sparse array is to find out the optimal position and weight of array elements subject to specific condition of side lobe level, which belongs to the NP-hard problem. Normally, it will consume massive computational cost to find out the global solution as the scale of solution space is extremely large. To overcome the problem, a new method based on alternative direction multiplier is proposed in this paper. Firstly, an initial solution is found out by dividing the solution space into several subspaces and optimizing the problem alternatively. Then, a new solution space is built based on the neighborhood of previous solution, which is used for the next iteration until the algorithm converges. Our new algorithm could reduce amounts of time by dividing the solution space and rebuilding the neighborhood properly in each iteration. Several application scenarios of large aperture sparse array are simulated, and the results prove the effectiveness of our algorithm.

Key words: sparse array; array synthesis; alternative direction multiplier; neighborhood; secondary optimization

0 引言

为适应未来战争的防御需求,雷达系统需要有效提升探测能力和参数估计性能。采用更大孔径的均匀天线阵列可有效实现参数估计精度和覆盖范围的要求,然而,采用大孔径均匀阵列会使得系统成本骤增且阵元间耦合加剧。超稀疏阵列在提升阵列孔径的同时可大幅度减少阵元数目,有

效地解决了系统成本和探测性能间的矛盾。

目前,针对稀疏阵列的研究主要分为两大类:一类是具有固定构造结构的稀疏阵列,例如互质阵列、嵌套阵列、最小冗余阵^[1-3]等。这类阵列通常具有固定的构造方式,利用其特定的结构可等效重构出同孔径下均匀阵列对应的协方差矩阵进行参数估计,该类方法往往需要较大的快拍数,在雷达系统中往往无法满足,主要应用于天文探测这类观测时间长、快拍数多的应用场景。第二类是

随机阵列结构,即通过构造特定的约束准则^[4],优化求解满足约束的最优阵列分布。该类方法在雷达中具有良好的应用前景和实际价值,本文主要针对稀疏阵列综合的算法进行介绍讨论。

针对大孔径的稀疏阵列综合问题主要分为两种,一种是孔径和阵元数目受限条件下的副瓣电平优化算法,另一种是副瓣电平和孔径约束下的阵列最稀疏解问题。本文介绍的算法属于后者。此类问题的研究由于属于 NP-hard 问题,难以求得全局最优解,经典的算法往往采用智能优化算法^[5-7],类似遗传算法、退火算法以及粒子群算法等进行随机优化搜索。该类方法在孔径较小时具有较高可行性,然而由于其运算量随着阵列孔径增大呈指数增长,因此在孔径较大时时间成本过高,无法进行优化。采用国外学者 Nai 提出的凸优化方法^[8]可有效降低运算复杂度,但是在孔径较大时仍具有同样的困境。

本文针对大孔径稀疏阵列优化问题展开了研究,通过采用交替方向乘子^[9]的优化思想进行快速初始化,并构建邻域空间进行二次优化,从而快速得到更优的稀疏解。仿真实验证明了算法的有效性。

1 算法原理

假设稀疏线阵孔径为 L , 分布于区间 $[0, L]$ 上的 N 个阵元对应的位置矢量记为 $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T$, 初始位置矢量由远小于半波长的间隔 d 对区间 $[0, L]$ 进行均匀采样得出, 各阵元对应的权值为 $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_N]^T$, 因此, 此时阵列方向图可表示为

$$F(\theta) = \sum_{k=1}^N w_k e^{j\kappa x_k \sin(\theta)} \quad (1)$$

式中, $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为自由空间下的波数, θ 为方位角。

为了后续推导方便, 式(1)中的方向图可用矩阵形式进行表示, 即

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}\mathbf{w} \quad (2)$$

式中, 矩阵 \mathbf{A} 中的元素为 $a_{(i,j)} = e^{j\kappa x_j \sin(\theta_i)}$ 。

稀疏线阵最优稀疏解问题, 即寻找满足主副瓣电平要求的最小阵元数 N 。则在上述模型的基础上, 稀疏线阵稀疏化问题可建模如下:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} & \|\mathbf{w}\|_0 \\ \text{s.t.} & \quad |\mathbf{A}\mathbf{w}| \leq \mathbf{M}_{\text{up}} \\ & \quad \mathbf{a}_0 \mathbf{w} = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $\|\mathbf{w}\|_0$ 表示 \mathbf{w} 的 l_0 范数, \mathbf{M}_{up} 为阵列方向图上界约束条件, \mathbf{a}_0 为方向图主瓣方向所对应的导向矢量。

由于上式中的目标函数 \mathbf{w} 的 l_0 范数, 为非凸优化问题, 难以得到全局最优解。为了对式(4)中的问题进行求解, 可采用 l_1 范数进行如下近似:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} & \|\mathbf{h}^p \odot \mathbf{w}^p\|_1 \\ \text{s.t.} & \quad |\mathbf{A}\mathbf{w}^p| \leq \mathbf{M}_{\text{up}} \\ & \quad \mathbf{a}_0 \mathbf{w}^p = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{h}^p \odot \mathbf{w}^p$ 为向量 \mathbf{h} 和 \mathbf{w} 的 Hadamard 积, $\|\mathbf{q}\|_1$ 表示向量 \mathbf{q} 的 l_1 范数, 上标 p 表示第 p 次迭代。每次迭代时的向量 \mathbf{h} 由下式进行更新:

$$\mathbf{h}^p = \frac{1}{|\mathbf{w}^p| + \epsilon} \quad (5)$$

式中, ϵ 为非常小的常量, 可选为 0.01。

通过式(4)和式(5)进行迭代求解, 在小孔径时可快速有效地获得效果良好的可行解。然而, 对于孔径较大的情况而言, 采用上式进行优化的运算量将大幅提升, 优化效果急剧恶化甚至失效。

利用交替方向乘子算法的思想, 可将上述过程进行进一步优化改进。将各阵元位置进行拆分, 即 $\mathbf{A} = [\mathbf{B} \ \mathbf{C}]$, $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix}$, 原问题可表述如下:

$$\mathbf{A}\mathbf{w} = [\mathbf{B} \ \mathbf{C}] \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{w}_1 + \mathbf{C}\mathbf{w}_2 \quad (6)$$

该问题可按照采用如下步骤进行优化:

第一步: 设置 \mathbf{w}_2 为一初始值 $\tilde{\mathbf{w}}_2$, 对 \mathbf{w}_1 进行优化

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}_1} & \|\mathbf{w}_1\|_0 \\ \text{s.t.} & \quad |\mathbf{B}\mathbf{w}_1 + \mathbf{C}\tilde{\mathbf{w}}_2| \leq \mathbf{M}_{\text{up}} \\ & \quad b_0 \mathbf{w}_1 + c_0 \tilde{\mathbf{w}}_2 = 1 \end{aligned} \quad (7)$$

第二步: 对第一步优化结果得到的 $\tilde{\mathbf{w}}_1$ 代入原问题, 对 \mathbf{w}_2 进行优化

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}_2} & \|\mathbf{w}_2\|_0 \\ \text{s.t.} & \quad |\mathbf{B}\tilde{\mathbf{w}}_1 + \mathbf{C}\mathbf{w}_2| \leq \mathbf{M}_{\text{up}} \\ & \quad b_0 \tilde{\mathbf{w}}_1 + c_0 \mathbf{w}_2 = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

第三步: 构建新邻域进行二次优化。对第二步求解得到的 P 个位置的相邻域内加入 K 个邻

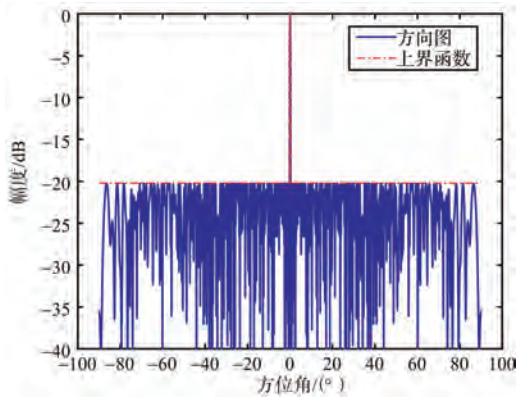
域点,构成长度为 KP 的新位置矢量 \hat{x} ,并对新的位置矢量进行二次搜索优化。

$$\begin{aligned} & \min_{\hat{w}} \|\hat{w}\|_0 \\ \text{s.t. } & |\tilde{A}\hat{w}| \leq M_{\text{up}} \\ & a_0 \hat{w} = 1 \end{aligned} \quad (9)$$

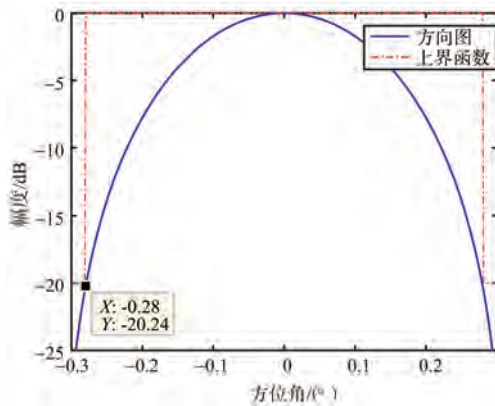
对于式(6)至式(8)的优化过程采用的分为两块进行求解,但是理论上在单步优化可行的前提下可对大孔径情况对应的搜索空间进行多次划分。

2 计算机仿真

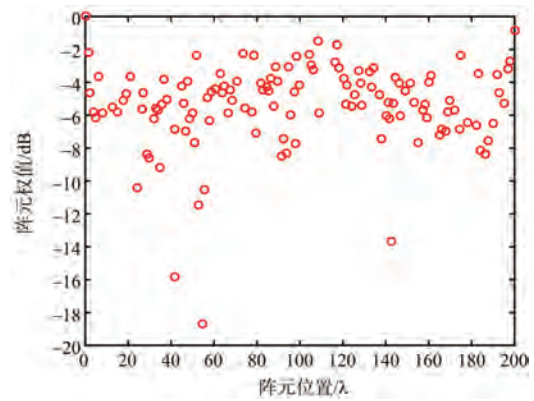
仿真一:阵列孔径 $L=200\lambda$ 的线阵综合结果。其副瓣电平要求不高于 -20 dB ($|\theta| \geq 0.28^\circ$),主瓣指向 0° ,阵列初始间隔 $d=\lambda/10$ 。优化得到的阵列方向图和阵元位置及权值分布如图 1 所示,其中图 1(b)为图 1(a)主瓣区域局部放大图。



(a) 阵列方向图



(b) 阵列方向图主瓣放大图

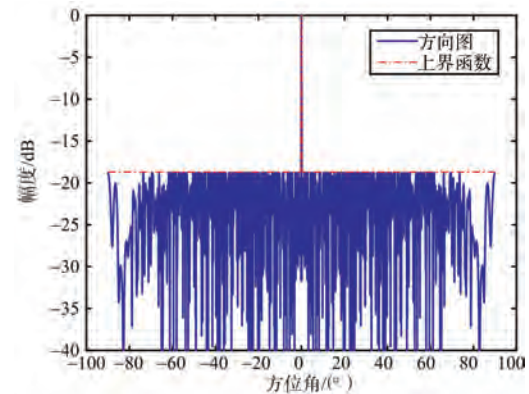


(c) 阵元位置及权值分布

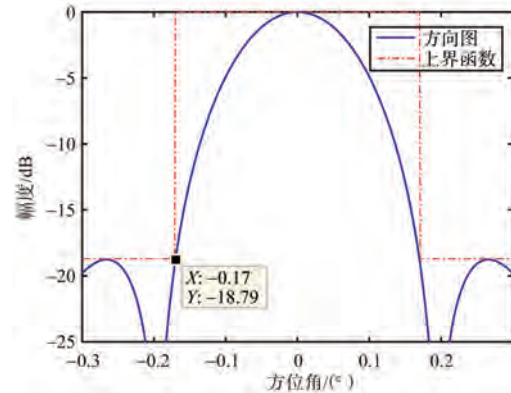
图 1 阵列方向图和阵元位置及权值分布

优化后阵元个数仅为 129 个,稀疏率为 32.1%,且由图 1 可以看出,副瓣电平符合预期约束条件,且波束无展宽。

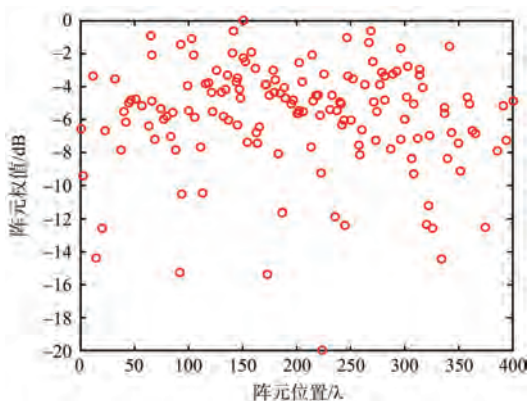
仿真二:阵列孔径 $L=400\lambda$ 的线阵综合结果。副瓣电平低于 -18.7 dB ($|\theta| \geq 0.17^\circ$),主瓣指向 0° ,阵列初始间隔 $d=\lambda/10$ 。优化得到的阵列方向图和阵元位置及权值分布如图 2 所示,其中图 2(b)为图 2(a)主瓣区域局部放大图。



(a) 阵列方向图



(b) 阵列方向图主瓣放大图

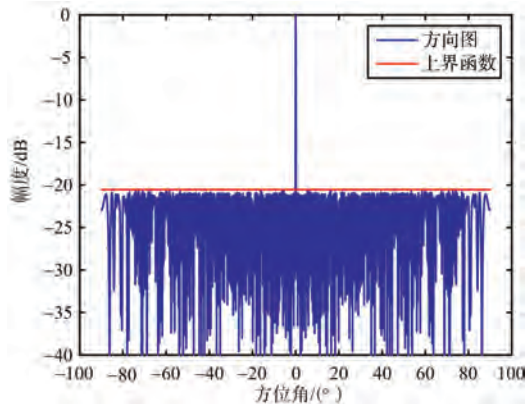


(c) 阵元位置和权值分布

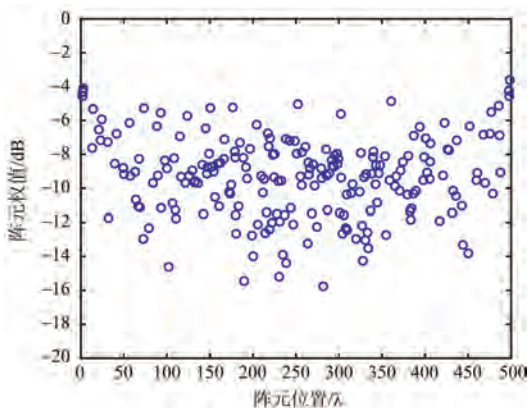
图2 阵列方向图和阵元位置及权值分布

优化后的阵元个数为 153 个, 稀疏率仅为 19.1%。且由图 2(b)可看出副瓣电平满足约束条件。

仿真三: 阵列孔径 $L = 500\lambda$ 的线阵综合结果。副瓣电平低于 -20.4 dB ($|\theta| \geq 0.114^\circ$), 主瓣指向 0° , 阵列初始间隔 $d = \lambda/10$ 。文献[10]对该条件下的阵列进行了优化, 其优化结果如图 3 所示。



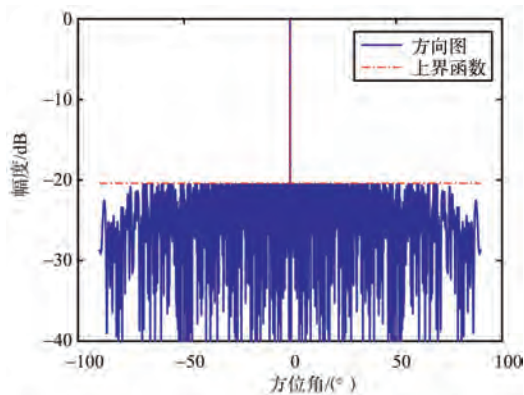
(a) 阵列方向图



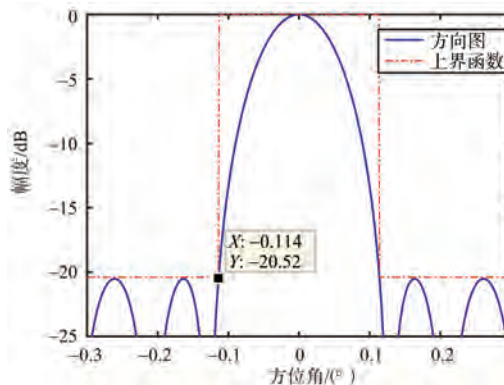
(b) 阵元位置和权值分布

图3 阵列方向图和阵元位置分布图

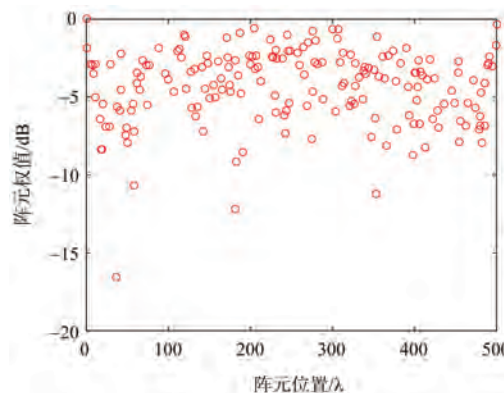
而利用本算法优化后的结果如图 4 所示, 其中图 4(b)为图 4(a)主瓣区域局部放大图。相较于文献[10], 利用本文所提算法, 阵元个数仅为 188 个, 稀疏率为 18.8%, 且由主瓣区域放大图可以看出并无主瓣展宽, 副瓣电平也符合预期目标。



(a) 阵列方向图



(b) 阵列方向图主瓣放大图



(c) 阵元位置及权值分布图

图4 阵列方向图和阵元位置及权值分布

3 结束语

本文提出了一种针对大孔径稀疏阵列综合的算法。通过利用交替方向乘子的思想使其快速得到初

始可行解,并构建相邻域形成新的解空间进行搜索,从而求得更优的稀疏解。文中所提出的算法可有效地实现大孔径下的稀疏阵列的综合并得到相较传统算法更优的布阵结果。通过对若干不同孔径条件下的仿真实验,证明了算法的有效性。

参考文献:

- [1] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Coprime Sampling and the MUSIC Algorithm[C]// Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting (DSP/SPE), Sedona, AZ, USA; IEEE, 2011: 289-294.
- [2] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Nested Arrays: A Novel Approach to Array Processing with Enhanced Degrees of Freedom[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(8): 4167-4181.
- [3] MOFFET A. Minimum-Redundancy Linear Arrays[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1968, 16(2): 172-175.
- [4] WANG Xiangrong, AMIN M, CAO Xianbin. Analysis and Design of Optimum Sparse Array Configurations for Adaptive Beamforming[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2018, 66(2): 340-351.
- [5] HAUPT L R. Thinned Arrays Using Genetic Algorithms[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1994, 42(7): 993-999.
- [6] LANZA M, PEREZ J R, BASTERRECHEA J. Particle Swarm Optimization Applied to Planar Arrays Synthesis Using Subarrays[C]// Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation, Barcelona, Spain; IEEE, 2010: 1-5.
- *****
- (上接第 451 页)
- [5] 赵强, 刘意, 邱中华, 等. 输电线路硬质管母线发热分析[J]. 四川电力技术, 2019, 42(1): 52-56.
- [6] 吴建锋. 硅橡胶绝缘材料防护技术在变电站的应用[J]. 电工技术, 2012(10): 74-75.
- [7] 柳拓鹏. 一种机载小型化雷达发射机的设计[J]. 雷达科学与技术, 2011, 9(4): 362-365.
LIU Tuopeng. Design of Airborne Miniaturized Radar Transmitter [J]. Radar Science and Technology, 2011, 9(4): 362-365. (in Chinese)
- [8] 王泼, 谢静, 梁华勇, 等. TGIC 型与 HAA 型粉末涂层老化性能的对比研究[J]. 合成材料老化与应用, 2019, 48(1): 10-13.
- [9] 傅绍燕. 涂装工艺及车间设计手册[M]. 北京: 机械工

- [7] TRUCCO A. Weighting and Thinning Wide-Band Arrays by Simulated Annealing[J]. Ultrasonics, 2002, 40(1): 485-489.
- [8] NAI S E, SER W, YU Z L, et al. Beam pattern Synthesis for Linear and Planar Arrays with Antenna Selection by Convex Optimization[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2010, 58(12): 3923-3930.
- [9] LIANG J, ZHANG X, SO H C, et al. Sparse Array Beam pattern Synthesis via Alternating Direction Method of Multipliers[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2018, 66(5): 2333-2345.
- [10] PINCHERA D, MIGLIORE M D, PANARIELLO G. Synthesis of Large Sparse Arrays Using Idea (Inflating-Deflating Exploration Algorithm) [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2018, 66(9): 4658-4668.

作者简介:



张燕女, 1983 年出生, 陕西渭南人, 博士, 主要研究方向为雷达信号处理。

程先成 男, 1994 年出生, 安徽六安人, 博士研究生, 主要研究方向为稀疏阵列信号处理、目标跟踪。

陈伯孝 男, 1966 年出生, 安徽宿松人, 博士, 教授, 主要研究方向为新体制雷达、阵列信号处理、雷达抗干扰。
E-mail: bxchen@xidian.edu.cn

周志刚 男, 1993 年出生, 内蒙古丰镇人, 硕士研究生, 主要研究方向为稀疏阵列优化及阵列综合。

- 业出版社, 2013: 169-170.
- [10] 于喜年. 母排厚涂层喷涂工艺研究[J]. 大连铁道学院学报, 2004, 25(4): 43-45.

作者简介:



梁元军 男, 1977 年 9 月生, 四川乐山人, 高级工程师, 主要研究方向为雷达结构与工艺、雷达的腐蚀与防护。
E-mail: 13815884756@163.com

王伟 男, 1979 年 1 月生, 吉林通化人, 研究员, 主要研究方向为雷达结构与工艺。